



Galleria San Marco 4  
33170 Pordenone  
Tel. 0434 28465  
Fax 0434 28466  
E-mail [info@csi-italia.eu](mailto:info@csi-italia.eu)  
<http://www.csi-italia.eu>



**CSi Italia – Webinar – 23/11/2016 – ore 10:30**  
**Verifica di strutture in acciaio, Analisi di Buckling, Non linearità geometrica, Verifica nodi di collegamento**

A cura di:

**Ing. Leonardo Bandini** [leonardo@csi-italia.eu](mailto:leonardo@csi-italia.eu)

**Mob. 347.1921706**

**CSi Italia, Tel. 0434.28465**

**SAP2000**  
**ETABS**

## APPROCCI ALL'ANALISI D'INSTABILITA' – NTC08/EC

Gli approcci al problema dell'instabilità si dividono in due macro famiglie: approcci lineari, approcci non lineari.

Approcci lineari:

- Analisi lineare del primo ordine e verifica mediante effective length method
- Analisi di Buckling finalizzata alla ricerca del carico critico Euleriano

Approcci non lineari:

- Analisi statica non lineare con effetto P-Delta
- Analisi statica non lineare con effetto P-Delta e Grandi Spostamenti

## METODI DELL' ANALISI DIRETTA, P- $\Delta$ e P- $\delta$

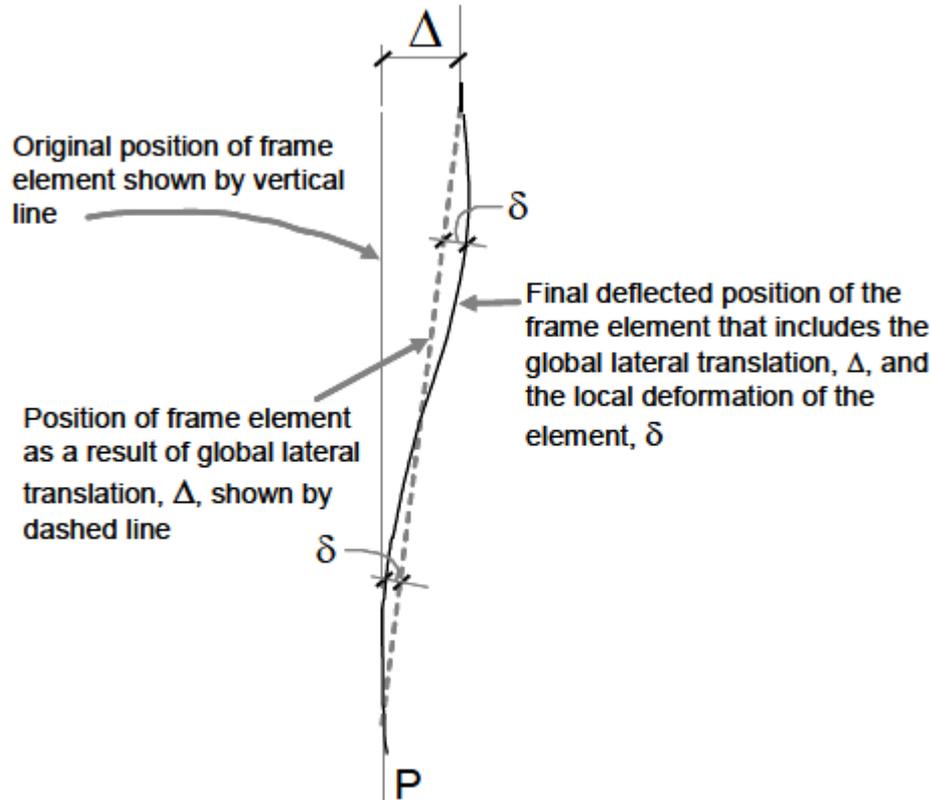


Figure 2-1 System sway and element order effects

Nella stabilità delle strutture o parti di esse si devono mettere in conto:

1. effetti P- $\Delta$  ed P- $\delta$ ;
2. Imperfezioni geometriche;
3. riduzioni di rigidità dovute ai fenomeni plastici.

Tutti gli effetti dipendenti dai carichi devono essere calcolati con riferimento alle combinazioni SLU.

Le imperfezioni geometriche possono essere computate deformando la struttura nella direzione più sfavorevole (buckling mode) o attraverso carichi di tipo **Notional**.

## METODI DELL' ANALISI DIRETTA P- $\Delta$ e P- $\delta$

### Imperfezioni geometriche iniziali.

1. Le analisi devono includere le imperfezioni iniziali, modellando direttamente esse, oppure adottando sistemi di forze equivalenti denominati “**Notional Load**”. Le deformazioni iniziali devono essere compatibili con il “**Code of Standard Practice**”. Di norma si ha un fuori piombo di 1/500H.
2. Per modellare direttamente le imperfezioni, si applica una distorsione ai modelli di calcolo, applicando sui nodi una traslazione rispetto alla verticalità. Questa traslazione deve essere fatta considerando la peggiore configurazione, nelle due direzioni e nei due versi. Il modo più corretto è deformare la struttura sulla base delle forme d'instabilità globale: autovettori delle forme di Buckling.
3. In alternativa si devono applicare dei Carichi Equivalenti (Notional Loads) sempre nelle due direzioni e nei due versi. Questi carichi vanno applicati in modo proporzionale ai carichi verticali.

$$N_i = 0.002 \alpha Y_i \quad (C2-1)$$

where

$\alpha = 1.0$  (LRFD);  $\alpha = 1.6$  (ASD)

$N_i$  = notional load applied at level  $i$ , kips (N)

$Y_i$  = gravity load applied at level  $i$  from the *LRFD load combination* or *ASD load combination*, as applicable, kips (N)

# METODI ALTERNATIVI PER IL PROGETTO ALL'INSTABILITA'

## Metodo della lunghezza effettiva (Effective length method)

1. Si utilizza la rigidezza nominale degli elementi strutturali e la geometria nominale.
2. Si calcolano le lunghezze libere di inflessione degli elementi strutturali nelle ipotesi di struttura a nodi fissi o struttura a nodi spostabili utilizzando i due differenti diagrammi di Wood (alignment charts). Si introducono così due fattori moltiplicativi della lunghezza degli elementi denominati:  $K_1$  (associati a nodi fissi) e  $K_2$  (associati a nodi spostabili).

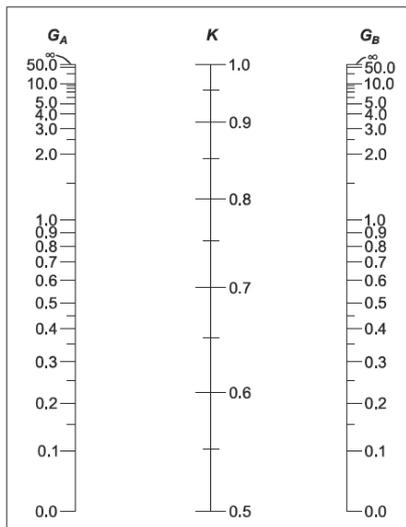


Fig. C-A-7.1. Alignment chart—sidesway inhibited (braced frame).

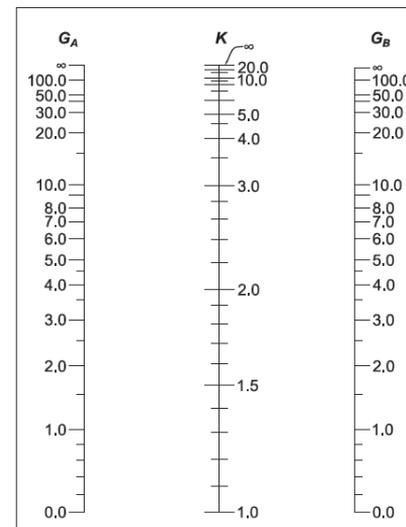
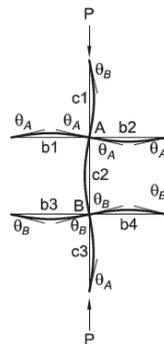
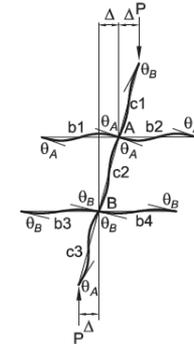


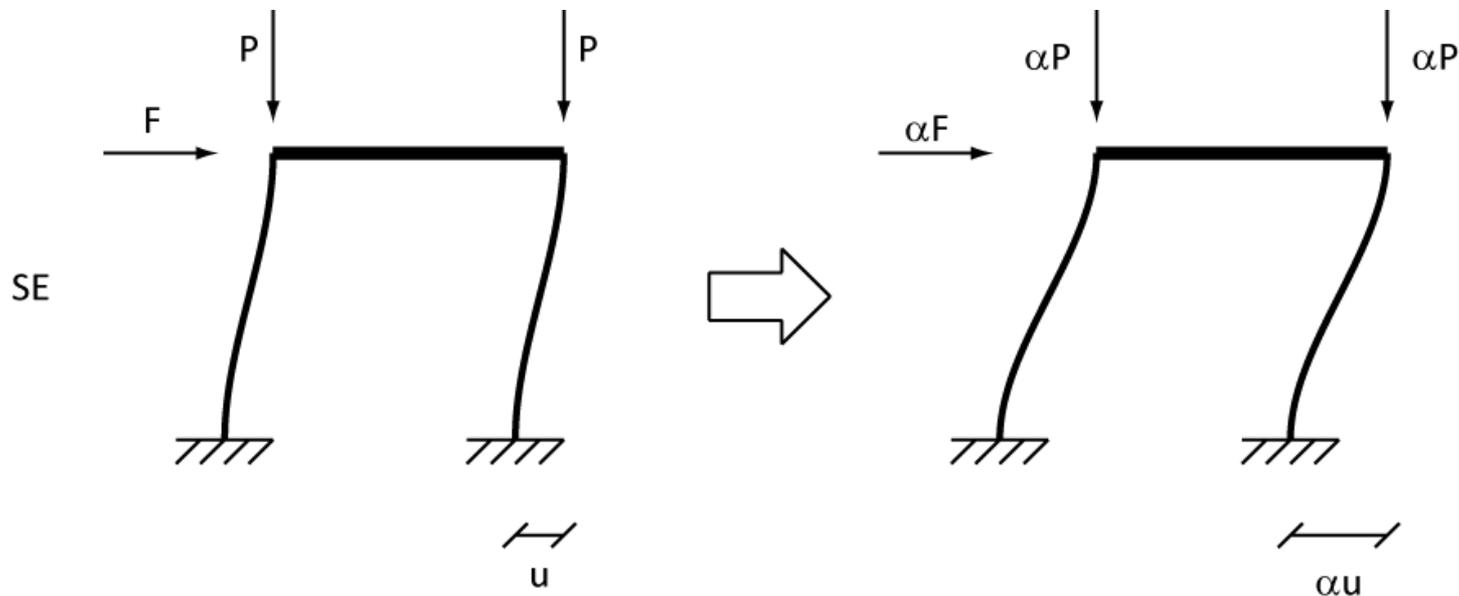
Fig. C-A-7.2. Alignment chart sidesway—uninhibited (moment frame).



## INTRODUZIONE ANALISI DEL SECONDO ORDINE

Quando i carichi agenti su una struttura sono di bassa entità e le deformazioni associate risultano “piccole”, la relazione forza – deformazione per le componenti strutturali risulta lineare.

Il concetto di linearità si traduce in una proporzionalità diretta fra causa ed effetto:



Se una struttura ha un comportamento lineare:

- le equazioni di equilibrio possono essere riferite alla configurazione indeformata
- è valido il principio di sovrapposizione degli effetti

La validità di tali proprietà permette di semplificare notevolmente i metodi di analisi e le procedure di calcolo.

Qualora le ipotesi di comportamento lineare della struttura non fossero soddisfatte (carichi elevati e/o grandi deformazioni) la struttura avrà un comportamento non lineare e le proprietà precedentemente evidenziate non risulteranno più valide.

## TIPOLOGIE DI NON LINEARITÀ

Una risposta strutturale di tipo non lineare può essere causata da diversi effetti:

- EFFETTO P-DELTA (o effetto dovuto a carichi elevati)
- GRANDI SPOSTAMENTI

Non linearità  
Geometriche

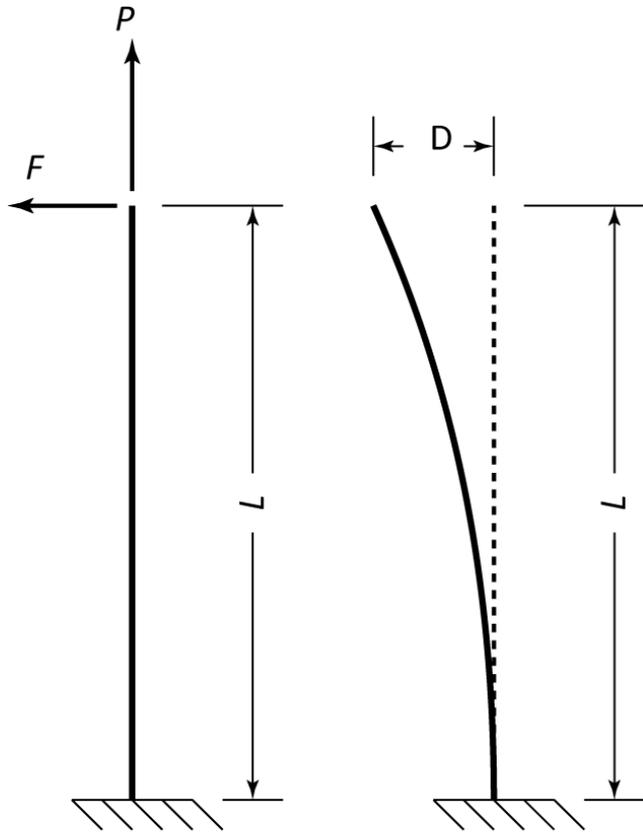
- NON LINEARITÀ DI MATERIALE
- ALTRE TIPOLOGIE DI NON LINEARITÀ (non linearità di carico, non linearità delle condizioni al contorno...)

## NON LINEARITÀ GEOMETRICHE: EFFETTO P-DELTA

L'effetto P-Delta si riferisce alla non linearità geometrica, causata dall'influenza di forti azioni assiali sul comportamento flessionale e tagliante degli elementi e sulla modifica della rigidità degli elementi a seguito di queste forze assiali.

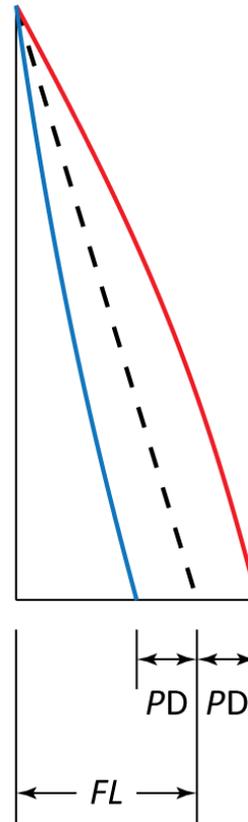
Con riferimento alle deformazioni trasversali, le azioni di compressione rendono gli elementi più flessibili, viceversa le azioni di trazione conferiscono una maggiore rigidità.

Azioni assiali di forte entità hanno una notevole influenza sul campo di spostamenti e di sollecitazioni degli elementi.



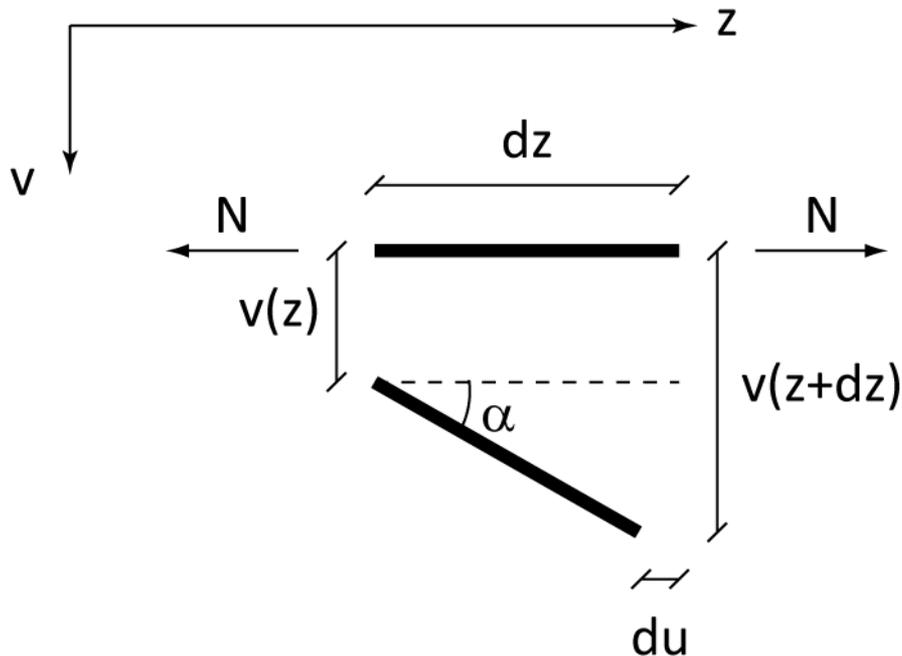
Configurazione  
Indeformata

Configurazione  
Deformata



- Momento flettente senza effetto P-Delta
- Momento flettente con effetto P-Delta: P di compressione
- Momento flettente con effetto P-Delta: P di trazione

L'effetto P-Delta viene introdotto considerando nella scrittura delle equazioni di equilibrio degli elementi anche il contributo, di ordine superiore, del lavoro compiuto dalle azioni assiali per deformazioni di flessione:

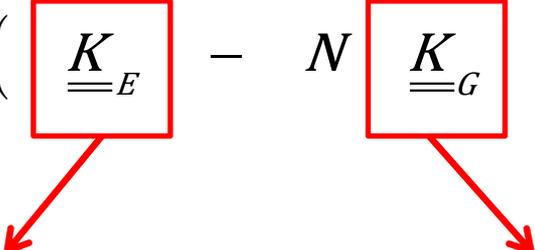


$$dL = -Ndu$$

$$dL = -N(1 - \cos \alpha) dz$$

$$dL = -\frac{N}{2} \cdot \left( \frac{dv}{dz} \right)^2 dz$$

Le funzioni di forma utilizzate per il campo di spostamenti restano invariate.  
L'equilibrio del generico elemento è espresso nella forma:

$$\left( \boxed{K_{=E}} - N \boxed{K_{=G}} \right) \underline{U} = \underline{F}$$


Matrice di Rigidezza Elastica

Matrice di Rigidezza Geometrica

Poiché la precedente relazione è funzione dello stato sollecitante presente nell'elemento, la soluzione sarà frutto di un processo iterativo.

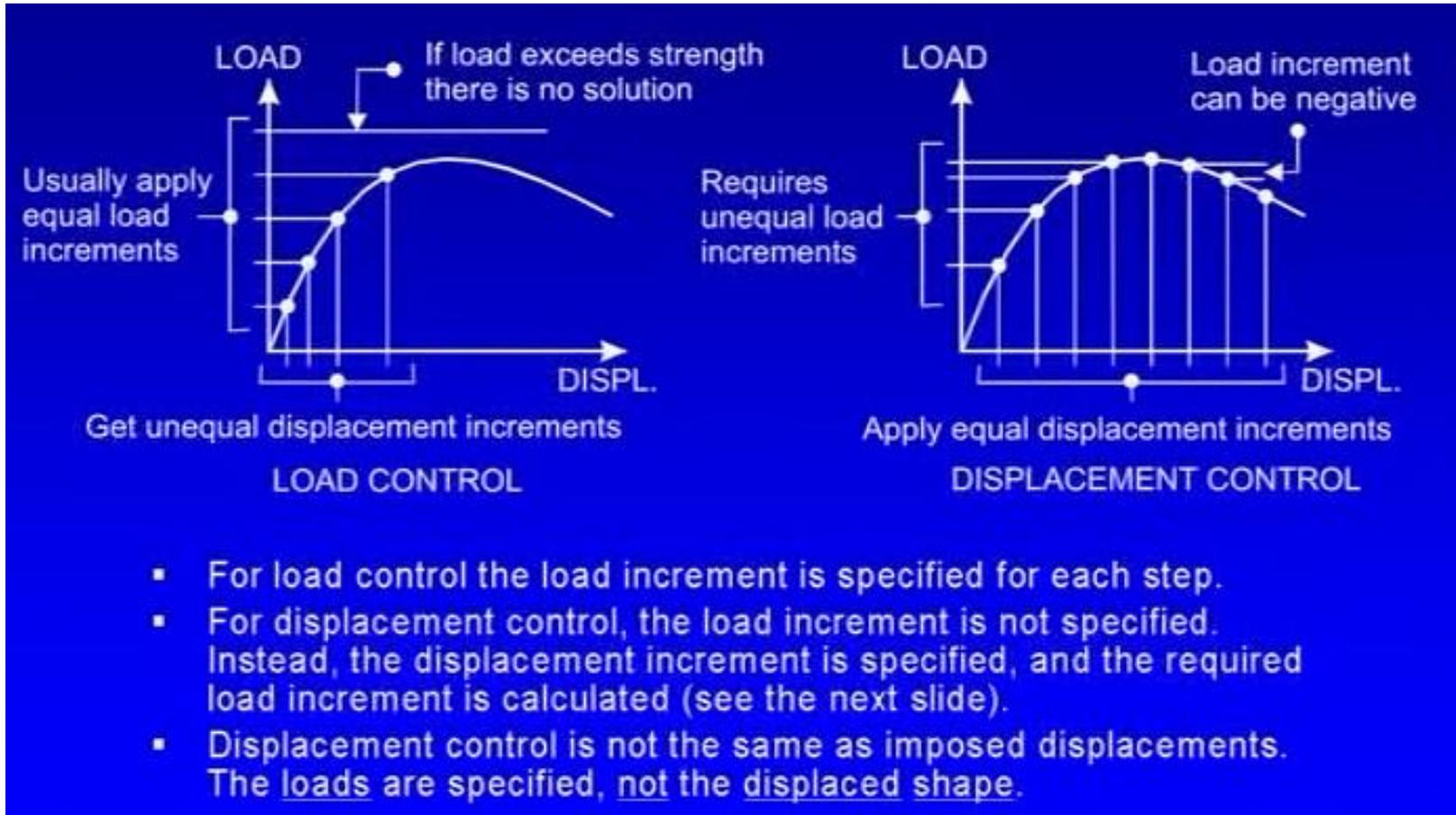
## NON LINEARITÀ GEOMETRICHE IN SAP2000

SAP2000 offre la possibilità di includere gli effetti delle non linearità geometriche attraverso due opzioni:

- Analisi non lineare, statica o dinamica, con effetto P-Delta
- Analisi non lineare, statica o dinamica, con effetto P-Delta e Grandi Spostamenti in regime di piccole deformazioni

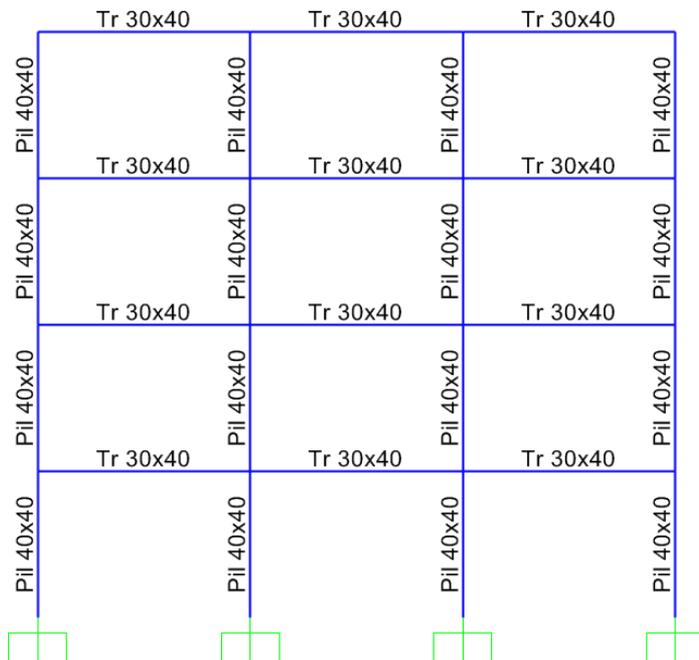
In quest'ultimo caso la procedura di analisi si avvale della formulazione Lagrangiana modificata.

## CONTROLLO DI FORZA vs CONTROLLO DI SPOSTAMENTO



Esempio: valutazione dell'influenza degli effetti del secondo ordine in una struttura in c.a.

NTC 2008 § 4.1.1.4 : *“Gli effetti del secondo ordine possono essere trascurati se sono inferiori al 10% dei corrispondenti effetti del primo ordine”*



Carichi permanenti sulle travi:

25 kN/m

Carico laterale agente:

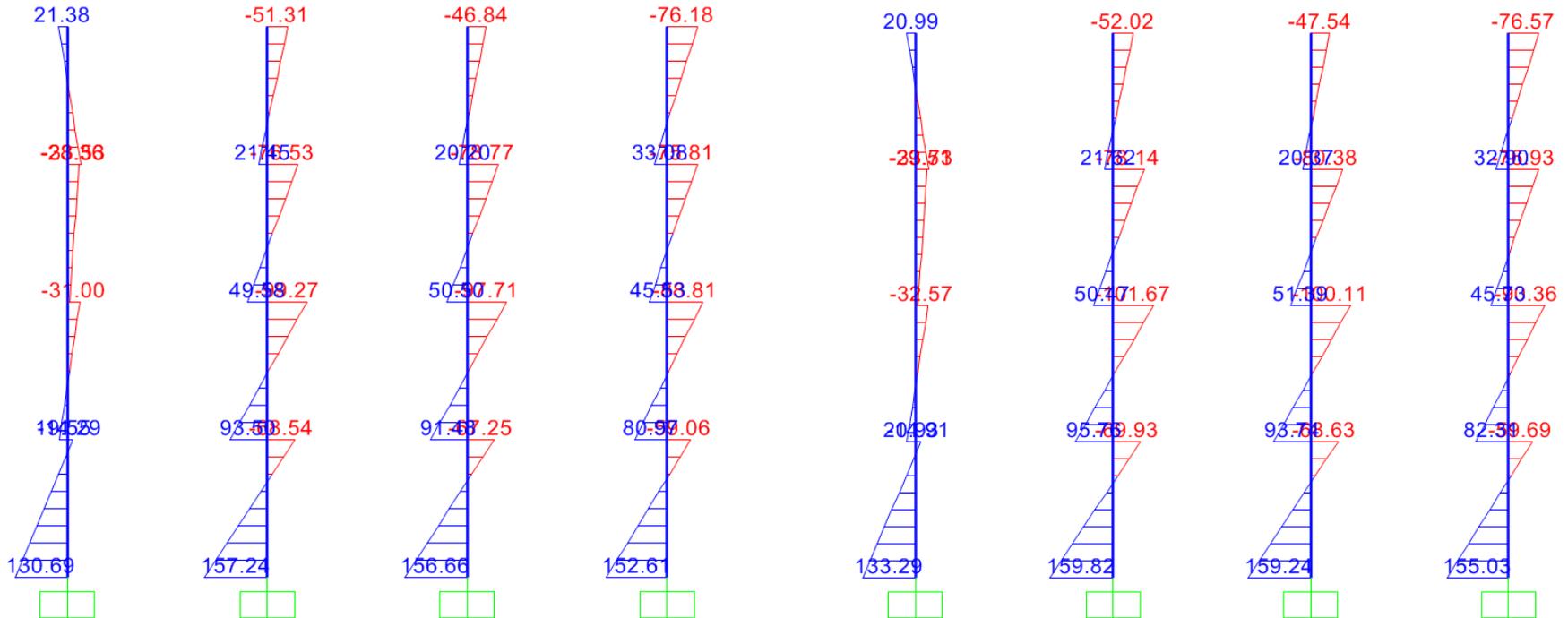
10% dei carichi permanenti

## Analisi svolte:

1. F                      analisi lineare statica con carichi permanenti e carichi laterali
2. VERT\_P-DELTA              analisi non lineare statica dei soli carichi permanenti con effetto P-Delta
3. F\_P-DELTA              analisi non lineare statica senza effetto P-Delta dei soli carichi laterali a partire dalla configurazione finale del caso VERT\_P-DELTA

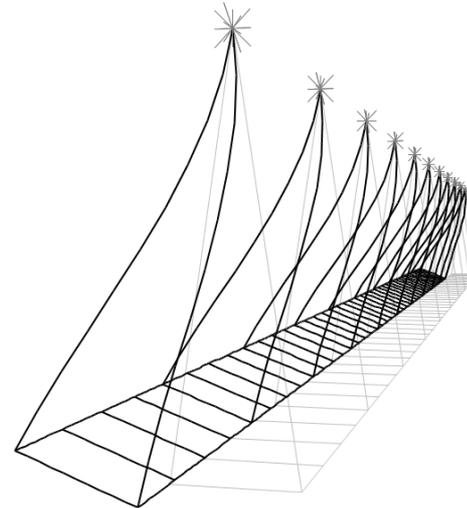
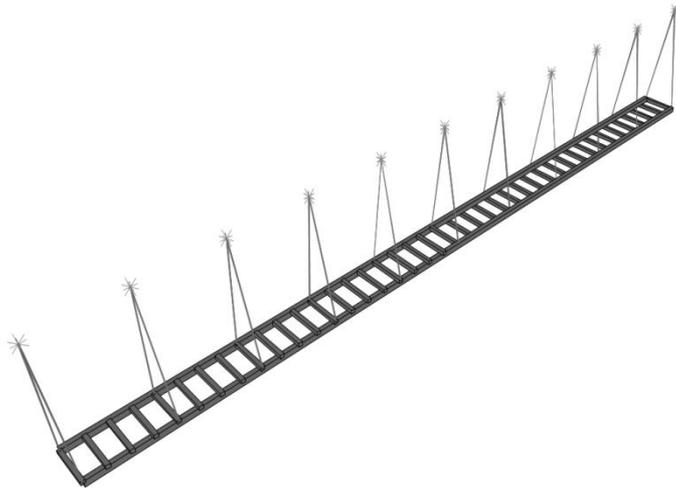
## Momenti flettenti caso F

## Momenti flettenti caso F\_P-DELTA



La differenza è dell'ordine del 2-3%.

2. Valutare la risposta di strutture la cui rigidità dipende fortemente dall'azione assiale negli elementi (ponti sospesi o strallati, torri strallate ecc...).



Periodo proprio della struttura:

6.27 s

Periodo della struttura considerando l'azione nei cavi:

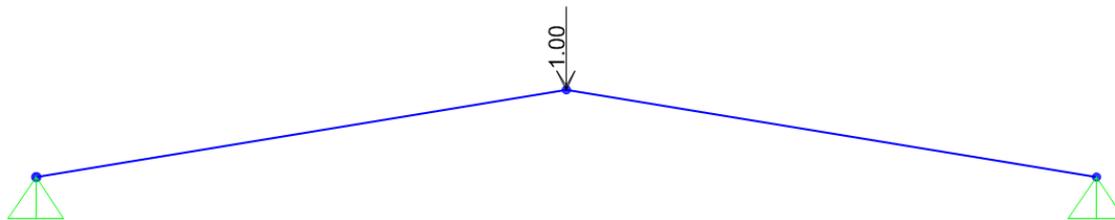
4.34 s

## ANALISI IN GRANDI SPOSTAMENTI: CAMPO DI APPLICAZIONI

L'analisi non lineare in grandi spostamenti può essere impiegata per i seguenti scopi:

1. Equilibrio di strutture soggette a grandi spostamenti (operazioni di sollevamento eccentrico, tenso strutture a comportamento membranale, strutture sospese, ecc...)
2. Analisi di buckling non lineare, analisi di snap-through buckling e analisi del comportamento post-critico

Esempio: analisi di snap-through di un arco a 3 cerniere



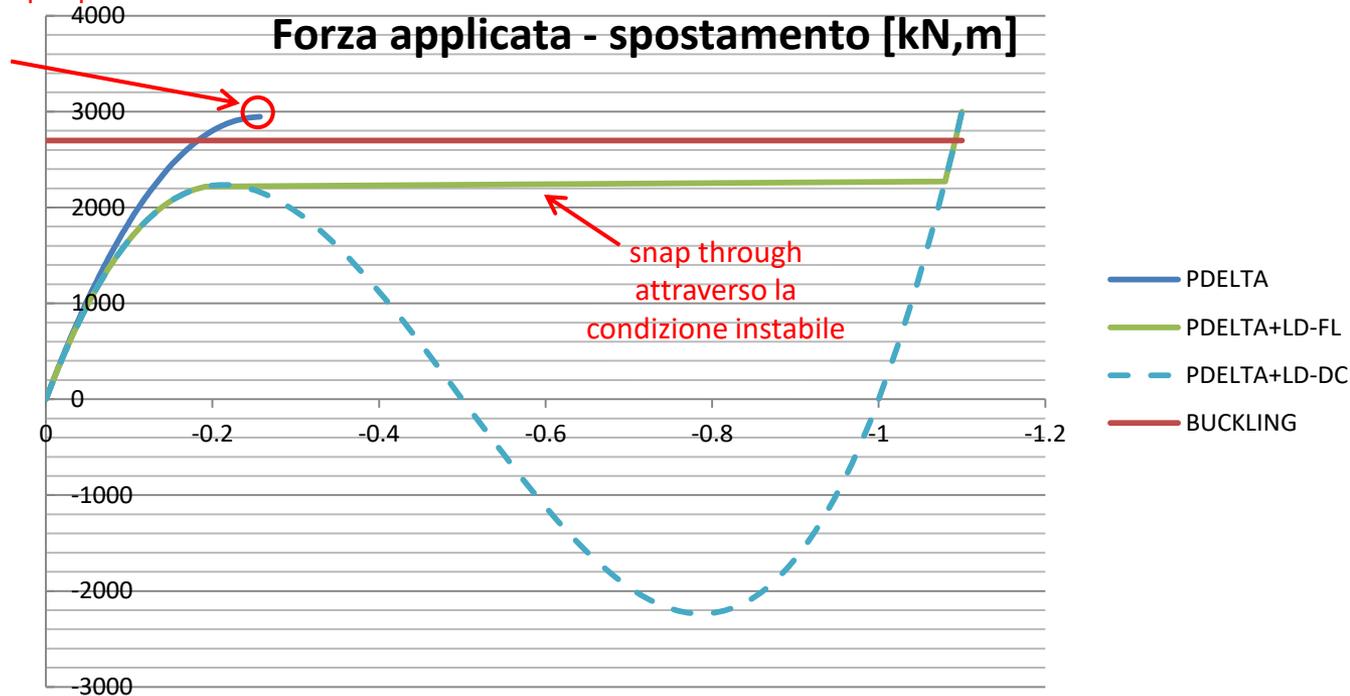
Luce = 6 m

Altezza vertice = 0.5 m

Profili: tubolari 200 x 8

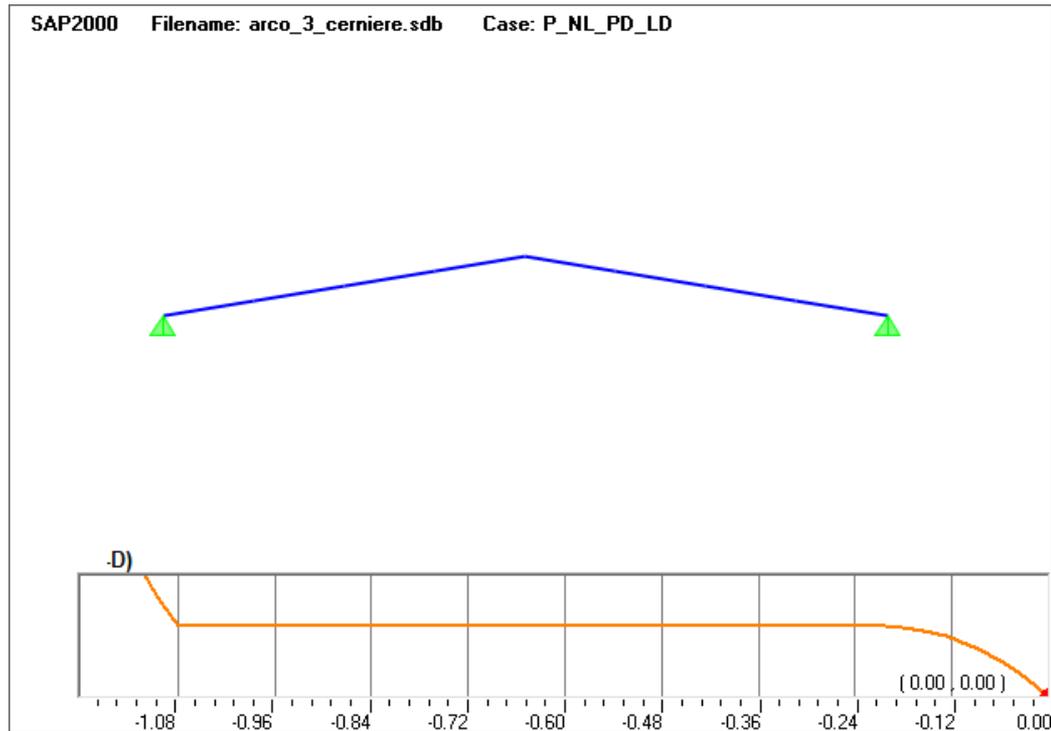
## Confronto fra l'analisi non lineare P-Delta e l'analisi P-Delta + Grandi Spostamenti

analisi interrotta per perdita di convergenza



L'analisi P-Delta perde convergenza quando la matrice di rigidezza diventa singolare. Viceversa l'analisi in grandi spostamenti riesce a cogliere correttamente il passaggio alla nuova configurazione di equilibrio.

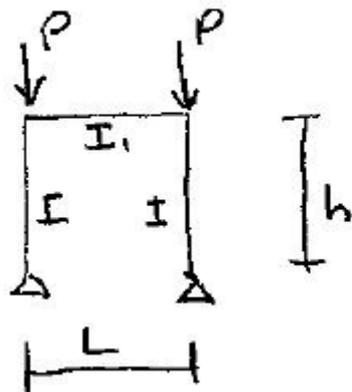
## Confronto fra l'analisi non lineare P-Delta e l'analisi P-Delta + Grandi Spostamenti



L'analisi P-Delta perde convergenza quando la matrice di rigidezza diventa singolare. Viceversa l'analisi in grandi spostamenti riesce a cogliere correttamente il passaggio alla nuova configurazione di equilibrio.

## ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE

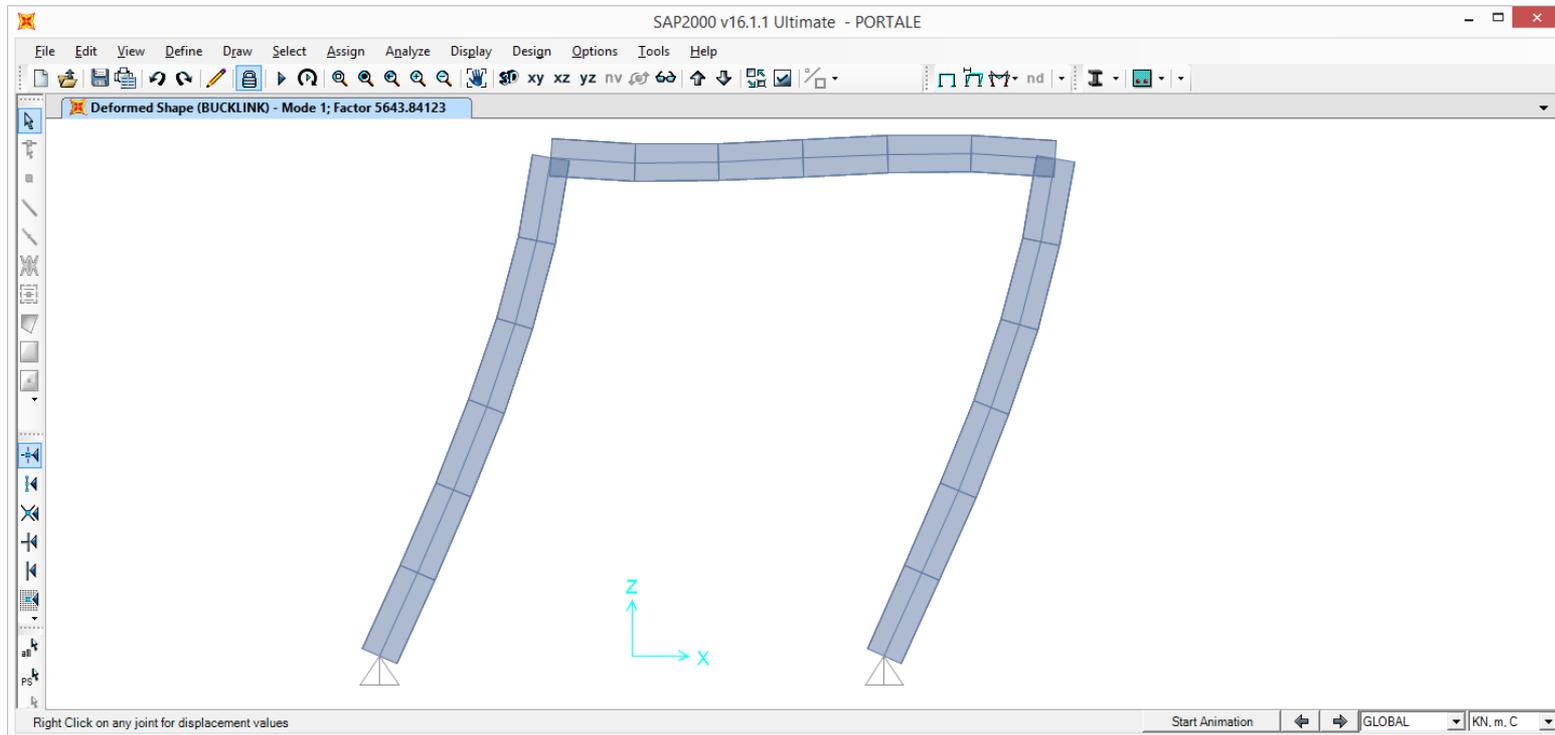
L'analisi di buckling può essere utilizzata per la determinazione della lunghezza libera d'inflessione di una struttura. A tale scopo, è spesso sufficiente invertire la formula di Eulero per la determinazione della lunghezza libera di inflessione nota a partire dal carico critico ottenuto proprio dall'analisi di buckling. Lo scopo è determinare la lunghezza libera di un'asta, governata da effetti globali (vincoli a terra o con altri elementi strutturali) e usufruire dei classici metodi di verifica, per esempio colonna modello, che tengono in conto anche delle imperfezioni e delle curve classiche d'instabilità.



$$P_{cr} = \frac{(kL)^2 EI}{h^2}$$

$$kL \tan kL = \frac{6I_1 h}{IL}$$

# ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE



$$N_{cr} = 5643.84 \text{ kN}$$

$$H = 4000 \text{ mm}$$

$$E = 210 \text{ kN/mm}^2$$

$$J = 2.517 \text{E}8 \text{ mm}^4$$

$$L_0 = (p^2 EJ/N_{cr})^{0.5} = 9614 \text{ mm} \rightarrow L_0/H = 2.4$$

# ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE

644

ne casi limiti quelli di travso infinitamente rigido o perfettamente flessibile, si ottiene:

$2 < \beta \leq \infty$  se la base è incernierata;

$1 \leq \beta \leq 2$  se la base è incastrata.

In questo caso il campo di variabilità di  $\beta$  è notevolmente ampio ed è pertanto più facile commettere errori nella valutazione della lunghezza di libera inflessione.

Quanto sopra esposto per telai monopiani, può essere generalizzato a telai a più piani (fig. 9.143).

Anche in questo caso la lunghezza di libera inflessione  $L_c$  è comunque inferiore a  $L$  per telai a nodi fissi, mentre risulta  $L_c > L$  per telai a nodi spostabili. La lunghezza di libera inflessione  $L_c$  dipende dalle mutue rigidità delle travi e delle colonne e dalla distribuzione del carico applicato sul telaio. Per poterla valutare correttamente è necessario conoscere:

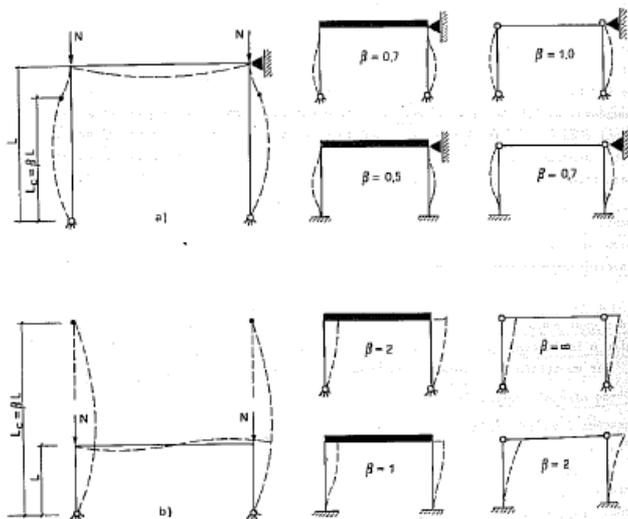


Fig. 9.142

645

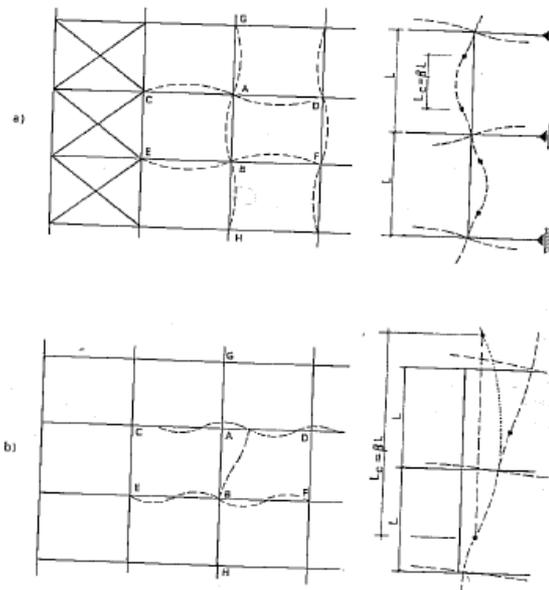
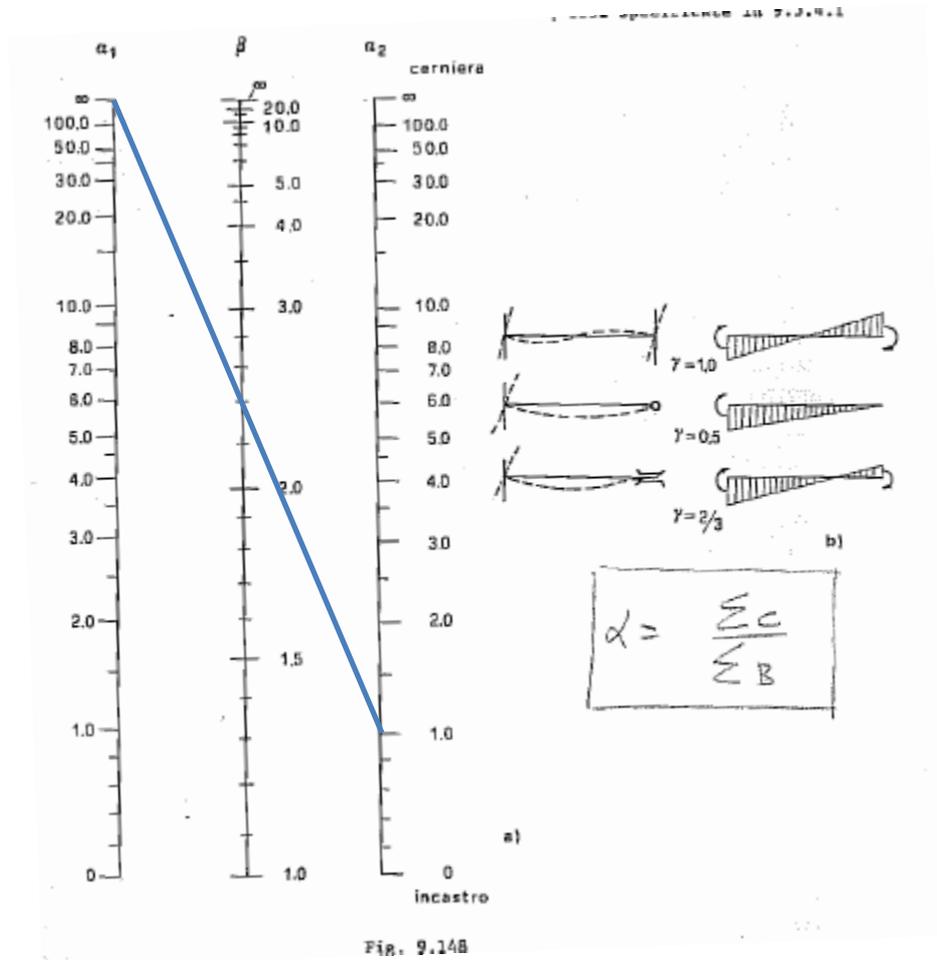


Fig. 9.143

- il moltiplicatore critico dei carichi, immaginando un comportamento indefinitamente elastico;
  - la forma della deformata in corrispondenza del carico critico;
  - la distanza fra due punti consecutivi di flesso di detta deformata.
- E' evidente che questo calcolo è impronibile ai fini pratici, per la difficoltà di valutare il carico e la deformata critica; inoltre esso andrebbe ripetuto per ogni condizione di carico, perchè la lunghezza di libera inflessione dipende anche dal mutuo rapporto dei carichi assiali nelle colonne appartenenti ai vari piani. Inoltre non vale la pena condurre un tipo di calcolo

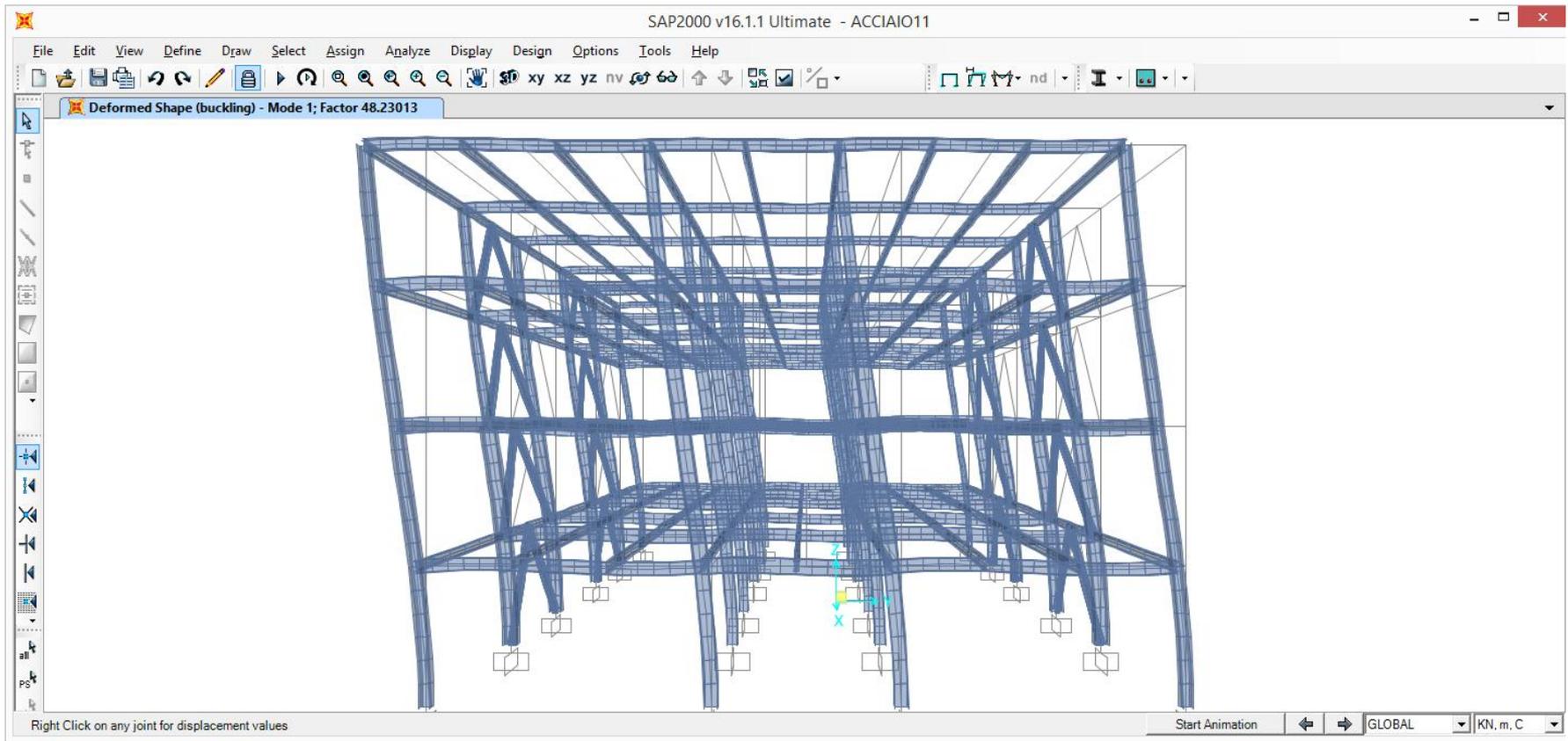
Strutture in acciaio, Ballio, Mazzolani

# ANALISI DI BUCKLING DI UN PORTALE

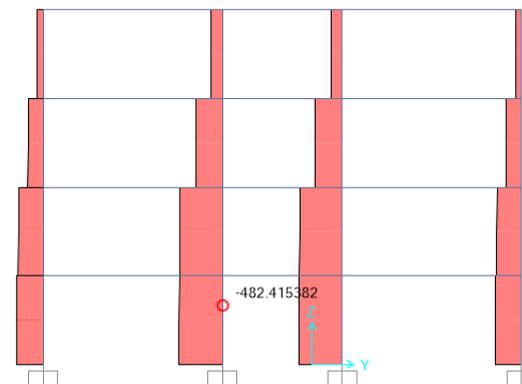
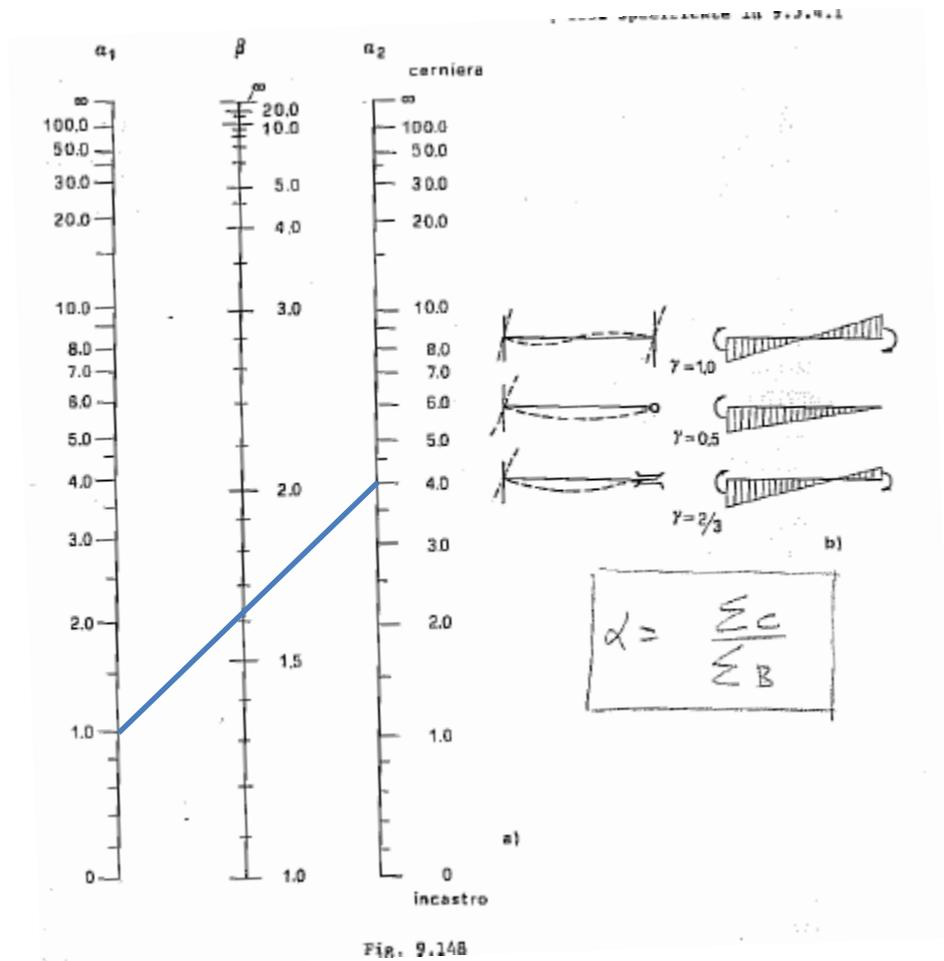


Strutture in acciaio, Ballio, Mazzolani

# ANALISI DI BUCKLING DI UN EDIFICIO



# ANALISI DI BUCKLING DI UN EDIFICIO



$$N_{cr} = 482.4 \times 48.23 = 23266 \text{ kN}$$

$$H = 3000 \text{ mm}$$

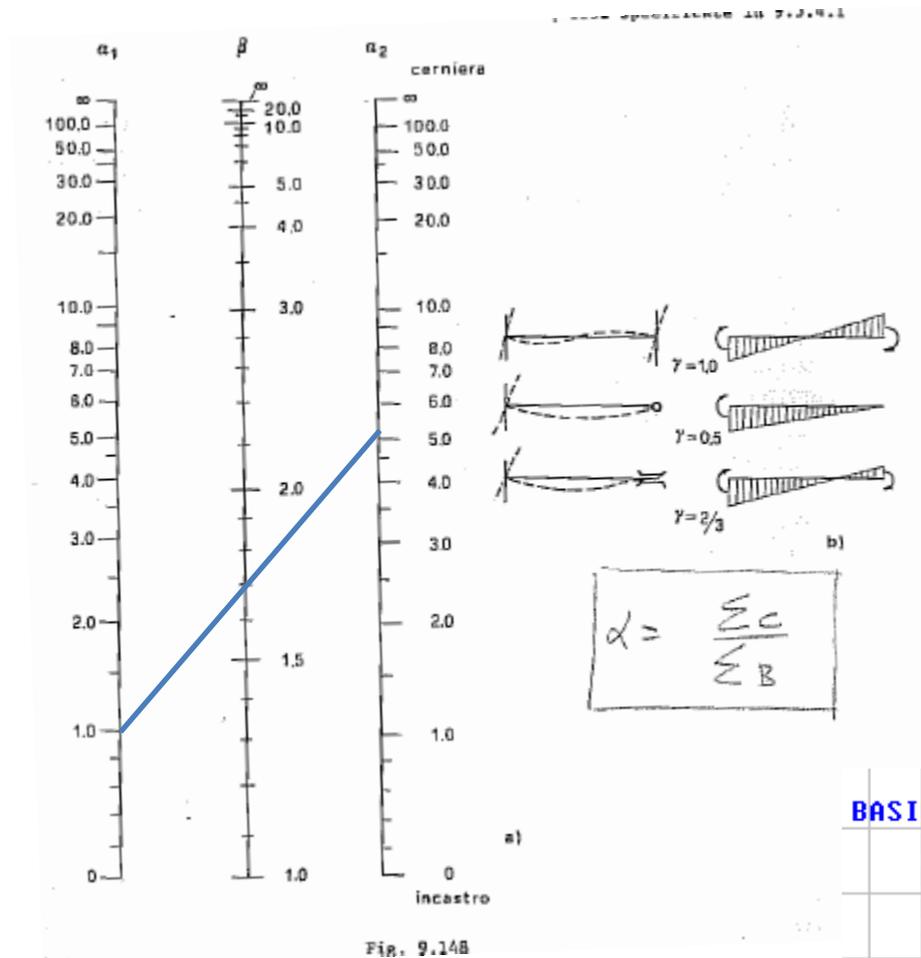
$$E = 210 \text{ kN/mm}^2$$

$$J = 3.666 \text{ E}8 \text{ mm}^4$$

$$L_0 = (p^2 EJ / N_{cr})^{0.5} = 5711 \text{ mm} \rightarrow$$

$$L_0 / H = 1.9$$

# ANALISI DI BUCKLING DI UN EDIFICIO



$\alpha_1 = 0$  (incastro, si consiglia 1 per tener in conto della non infinita rigidezza dell'incastro, cfr Ballio-Mazzolani, Strutture in acciaio);

$$k_i = \gamma_i I_i / L_i$$

$$\alpha_2 = 5.09$$

$$\beta = 1.7$$

BASIC FACTORS			
Buckling Mode	K Factor	L Factor	Lcr/i
Major (y-y)	1.705	1.000	34.943
Major Braced	0.847	1.000	17.352
Minor (z-z)	1.000	1.000	39.853
Minor Braced	1.000	1.000	39.853
LTB	1.000	1.000	39.853